

全品



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

导学案

高中数学

必修第一册 SJ

本书为智慧教辅升级版

“讲课智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS

目录 | 导学案

01 第1章 集合

PART ONE

1.1 集合的概念与表示	195
第1课时 集合的概念/195	第2课时 集合的表示/196
1.2 子集、全集、补集	199
1.3 交集、并集	201
⑩ 本章总结提升	205

02 第2章 常用逻辑用语

PART TWO

2.1 命题、定理、定义	207
2.2 充分条件、必要条件、充要条件	209
2.3 全称量词命题与存在量词命题	212
2.3.1 全称量词命题与存在量词命题	212
2.3.2 全称量词命题与存在量词命题的否定	214
⑩ 本章总结提升	216

03 第3章 不等式

PART THREE

3.1 不等式的基本性质	218
3.2 基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$	220
3.2.1 基本不等式的证明	220
3.2.2 基本不等式的应用	222
3.3 从函数观点看一元二次方程和一元二次不等式	224
3.3.1 从函数观点看一元二次方程	224
3.3.2 从函数观点看一元二次不等式	226
第1课时 三个二次关系、一元二次不等式的解法/226	第2课时 一元二次不等式的简单应用/229
微突破(一) 不等式恒成立、能成立问题	231
⑩ 本章总结提升	232

04 第4章 指数与对数

PART FOUR

4.1 指数	235
4.1.1 根式	235
4.1.2 指数幂的拓展	236
4.2 对数	239
4.2.1 对数的概念	239
4.2.2 对数的运算性质	241
第1课时 对数的运算性质/241	第2课时 换底公式与对数的应用/243
⑩ 本章总结提升	245

05 第5章 函数概念与性质

PART FIVE

5.1 函数的概念和图象	247
第1课时 函数的概念/247	
第2课时 函数的图象/250	
5.2 函数的表示方法	252
5.3 函数的单调性	255
第1课时 单调性的概念与证明/255	
第2课时 函数的最大(小)值/257	
5.4 函数的奇偶性	260
第1课时 奇偶性的概念/260	
第2课时 奇偶性的应用/262	
第3课时 函数性质的综合问题/264	
微突破(二) 抽象函数的性质	265
① 本章总结提升	267

06 第6章 幂函数、指数函数和对数函数

PART SIX

6.1 幂函数	270
6.2 指数函数	272
第1课时 指数函数的概念与图象/272	
第2课时 指数函数图象与性质的综合应用/274	
6.3 对数函数	276
第1课时 对数函数的概念与图象/276	
第2课时 对数函数图象与性质的综合应用/279	
① 本章总结提升	282

07 第7章 三角函数

PART SEVEN

7.1 角与弧度	285
7.1.1 任意角	285
7.1.2 弧度制	287
7.2 三角函数概念	290
7.2.1 任意角的三角函数	290
第1课时 任意角的三角函数/290	
第2课时 三角函数线/292	
7.2.2 同角三角函数关系	294
7.2.3 三角函数的诱导公式	297
第1课时 诱导公式(一)/297	
第2课时 诱导公式(二)/298	
7.3 三角函数的图象和性质	301
7.3.1 三角函数的周期性	301
7.3.2 三角函数的图象与性质	303
第1课时 正弦、余弦函数的图象/303	
第2课时 正弦、余弦函数的性质/305	
第3课时 正切函数的图象与性质/308	
7.3.3 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	311
第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象/311	
第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的性质/314	
7.4 三角函数应用	315
微突破(三) 三角函数中 ω 的取值范围问题	318
① 本章总结提升	321

08 第8章 函数应用

PART EIGHT

8.1 二分法与求方程近似解	327
8.1.1 函数的零点	327
8.1.2 用二分法求方程的近似解	329
8.2 函数与数学模型	330
8.2.1 几个函数模型的比较	330
8.2.2 函数的实际应用	333
① 本章总结提升	338

专题 数学建模与数学探究

◆ 参考答案	343
--------	-----



第1章 集合

1.1 集合的概念与表示

第1课时 集合的概念

【学习目标】

1. 能结合具体实例认识和识别什么是集合,对于给出的一些例子,会判断哪些事物可以组成集合,哪些不能组成集合.
2. 能在具体的情境中判断元素与集合的关系.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点 集合的定义及元素

1. 集合与元素的概念:一般地,一定范围内某些 _____ 对象的全体组成一个集合.集合中的每一个 _____ 称为该集合的元素,简称 _____.
2. 常用数集及表示符号

名称	非负整数集 (或自然数集)	正整 数集	整数 集	有理 数集	实数 集
记法	_____	_____	_____	_____	_____

3. 元素与集合的关系

关系	概念	记法	读法
属 于	如果 _____, 那么就说 a 属于集合 A	_____	a 属于 A
不 属 于	如果 _____, 那么就说 a 不属于集合 A	_____ 或 _____	a 不属于 A

4. 集合中元素的三个特性为 _____、_____、_____.

- 【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)
- (1)平面上到 A, B 两点的距离相等的点的全体可以组成一个集合. ()
 - (2)苏教版必修第一册课本上所有的难题能够组成一个集合. ()

2. 某中学高一年级 16 个班组成一个集合 A .
(1)高一(5)班、高三(5)班是集合 A 中的元素吗?
(2)若 $a \in A, b \in A$, 则元素 a, b 有什么关系? 为什么?

课 中 探 究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 集合的概念

例 1 下列给出的对象可以组成一个集合的是 ()

- A. 比较大的数
- B. 中国农业人才
- C. 地球上的七大洲
- D. 高中善于跳远的学生

变式 (多选题)下列给出的对象可以组成一个集合的是 ()

- A. 2024 年参加“两会”的代表
- B. 某小区长寿的人
- C. π 的近似值
- D. 方程 $x^2=1$ 的实数根

[素养小结]

判断一组对象能组成集合的条件是能找到一个明确的标准,使得对于任何一个对象,都能确定它是不是给定集合的元素.

◆ 探究点二 元素与集合的关系

例 2 (1) 给出下列关系: ① $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$; ② $2 \in \mathbf{Z}$;
③ $|-3| \notin \mathbf{N}^*$; ④ $|\sqrt{3}| \in \mathbf{Q}$. 其中关系正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

(2) 已知集合 A 是由形如 $m + \sqrt{3}n$ (其中 $m, n \in \mathbf{Z}$) 的数组成的, 则下列属于集合 A 的数是_____.
(填序号)

① $2 - \sqrt{3}$; ② 5; ③ $\frac{1}{\sqrt{3}+4}$; ④ $\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + 1$.

变式 (1) 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空: 若 A 表示第二、四象限的角平分线上的点的集合, 则点 $(0, 0)$ _____ A , $(1, 1)$ _____ A , $(-3, 3)$ _____ A .

(2) 由所有能被 3 整除的数组成的集合为 M , 则下列数中一定是集合 M 的元素的是_____. (填序号)

① 能被 2 整除的数; ② 能被 6 整除的数; ③ 能被 -3 整除的数; ④ 能被 5 整除的数.

[素养小结]

判断一个元素是不是某个集合中的元素, 关键是判断这个元素是否具有这个集合的元素的共同特性.

◆ 探究点三 集合中元素的特性及应用

例 3 已知集合 A 中有三个元素 $a - 3, 2a - 1, a^2 + 1$, 集合 B 中也有三个元素 $0, 1, x$.
(1) 若 $-3 \in A$, 求实数 a 的值;
(2) 若 $x^2 \in B$, 求实数 x 的值.

变式 (1) 由 $a^2, 2 - a, 4$ 组成一个集合 A , 且 A 中含有 3 个元素, 则实数 a 的取值可以是 ()
A. 1 B. -2 C. -1 D. 2

(2) 已知集合 A 中含有两个元素 1 和 a^2 , 若 $a \in A$, 则实数 a 的值为_____.

[素养小结]

(1) 对于求集合中字母参数的问题, 常根据集合中元素的确定性得出字母的所有可能取值, 再利用集合中元素的互异性进行检验.

(2) 在利用集合中元素的特性解题时常用分类讨论思想, 注意分类的标准要明确.

第 2 课时 集合的表示

【学习目标】

1. 能够在简单的现实情境或数学情境中, 抽象概括出数学对象的一般特征, 并用集合语言予以表达.
2. 对于给定的具体情境, 会用三种语言(自然语言、图形语言、符号语言)表达所要研究的数学对象, 并能进行转换.
3. 在具体情境中, 了解空集的含义.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 集合的表示法

1. 列举法: 将集合的元素一一列举出来, 并置于_____内, 这种表示集合的方法叫作列举法(注意元素间要用“,”隔开, 如 $\{-1, 0, 1, 2\}$).

2. 描述法: 将集合的所有元素都具有的_____ (满足的条件) 表示出来, 写成_____的形式, 这种表示集合的方法叫作描述法.

3. Venn 图: 为了直观地表示集合, 我们常画一条_____的曲线, 用它的_____来表示一个集合, 称为 Venn 图.

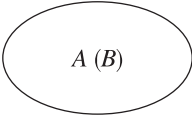
【诊断分析】 1. 选择适当的方法表示下列集合:

- (1) 方程 $x^2 - 4x - 21 = 0$ 的实数根组成的集合;
- (2) 不等式 $4x + 3 < 5$ 的解集.

2. 讨论下列说法是否正确.

- (1)集合 $\{x|-1<x<2, x\in\mathbf{R}\}$ 与集合 $\{y|-1<y<2, y\in\mathbf{R}\}$ 表示同一个集合;
- (2)集合 $\{(x,y)|y=2x+5\}$ 与集合 $\{x|y=2x+5\}$ 表示同一个集合.

◆ 知识点二 集合相等

定义	如果两个集合所含的元素_____ (即 A 中的元素_____ B 的元素, B 中的元素也_____ A 的元素), 那么称这两个集合相等
记法	_____
图示	

【诊断分析】(1) $A=\{a,b,c\}, B=\{b,c,a\}$, 这两个集合的关系是_____.

(2)集合 $\{x||x-1|\leq 1\}$ 与集合 $\{x|0\leq x\leq 2\}$ 相等吗?

◆ 知识点三 集合的分类

有限集	含有_____个元素的集合
无限集	含有_____个元素的集合
空集	不含任何元素的集合称为_____, 记作_____

【诊断分析】给出下列集合, 则_____是有限集, _____是无限集. (填序号)

(1) $\{x|1<x<5\}$; (2) $\{x|1<x<5, x\in\mathbf{Z}\}$; (3)某校高一(1)班全体同学组成的集合; (4) $\{x|x^2+x-1=0, x\in\mathbf{R}\}$.

课中探究

◆ 探究点一 列举法表示集合

例 1 用列举法表示下列集合.

- (1)不大于 10 的非负偶数组成的集合;
- (2)方程 $x^2=x$ 的所有实数解组成的集合;
- (3)直线 $y=2x+1$ 与 y 轴的交点所组成的集合;
- (4)方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解组成的集合.

变式 用列举法表示下列集合.

- (1)中国现有的直辖市组成的集合;
- (2)15 的正约数组成的集合;
- (3)满足 $-2\leq x\leq 3$ 且 $x\in\mathbf{Z}$ 的数 x 组成的集合.

[素养小结]

用列举法表示集合的步骤:

- (1) 求出集合的元素;
- (2) 把元素一一列举出来,元素之间用逗号分隔,相同元素只能列举一次;
- (3) 用花括号括起来.

◆ 探究点二 描述法表示集合

例 2 用描述法表示下列集合:

- (1) 大于 -1 且小于 7 的所有整数组成的集合;
- (2) 被 3 除余 2 的正整数组成的集合;
- (3) 方程 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 0$ 的解组成的集合.

变式 (1) 集合 $A = \{1, -3, 5, -7, 9, \dots\}$ 用描述法可表示为 ()

- A. $\{x | x = 2^n \pm 1, n \in \mathbf{N}\}$
B. $\{x | x = (-1)^n (2n-1), n \in \mathbf{N}\}$
C. $\{x | x = (-1)^n (2n+1), n \in \mathbf{N}\}$
D. $\{x | x = (-1)^{n-1} (2n+1), n \in \mathbf{N}\}$

(2) [2025 · 上海宝山中学高一月考] 集合 $\{(x, y) | xy \leq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 是指 ()

- A. 第一象限内的所有点组成的集合
B. 第三象限内的所有点组成的集合
C. 第一象限和第三象限内的所有点组成的集合
D. 不在第一象限也不在第三象限内的所有点组成的集合

[素养小结]

用描述法表示集合应注意以下三点:

- (1) 写清楚该集合代表元素的符号. 例如, 集合 $\{x \in \mathbf{R} | x < 2\}$ 不能写成 $\{x < 2\}$.
- (2) 所有描述的内容都要写在花括号内.
- (3) 在通常情况下, 集合的代表元素的所属范围为实数集时可以省略不写.

◆ 探究点三 集合与集合之间的相等关系

例 3 [2025 · 江苏苏州中学高一月考] 已知集合 $A = \{a, a+d, a+2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$, 且 $A = B$, 求实数 q 的值.

变式 设集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$, 若 $A = B$, 则 $x + y =$ _____.

[素养小结]

- (1) 若两集合相等, 则集合中的元素完全相同.
- (2) 解含参数的集合问题时, 要检验集合中元素的互异性.

拓展 设集合 $A = \{x | -2 < x \leq m - 3n\}$, $B = \{x | 3m + n < x \leq 2\}$. 若 $A = B$, 则实数 $m =$ _____, $n =$ _____.

1.2 子集、全集、补集

【学习目标】

1. 能结合具体实例解释集合之间包含与相等的意义,并能识别给定集合的子集.
2. 在具体情境中,了解全集的含义.
3. 理解给定集合中一个子集的补集的含义,能求给定子集的补集.
4. 对于给定的问题和情境,能使用 Venn 图表达集合间的基本关系,从中体会图形对理解抽象概念的作用.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

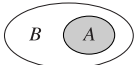
◆ 知识点一 子集

定义	如果集合 A 的 _____ 元素都是集合 B 的元素(若 $a \in A$, 则 $a \in B$), 那么集合 A 称为集合 B 的子集
记法	A _____ B 或 B _____ A
读法	集合 A _____ 集合 B 或集合 B 包含集合 A
图示	
性质	(1) 任何一个集合是它本身的子集, 即 A _____ A . (2) 对于集合 A, B, C , 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 则 A _____ C . (3) 若 _____ 且 _____, 则 $A = B$ (4) 规定 $\emptyset$ _____ A

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) $0 \subseteq \{x | x < 5, x \in \mathbf{R}\}$. ()
- (2) 设 A 是一个集合, 则 $A \subseteq A$. ()
- (3) $\{0, 1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$. ()

◆ 知识点二 真子集

定义	如果 $A \subseteq B$, 并且 _____, 那么集合 A 称为集合 B 的真子集
记法	A _____ B 或 B _____ A
读法	A _____ B 或 B 真包含 A
图示	
性质	(1) 对于集合 A, B, C , 若 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$, 则 A _____ C (2) 若 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset$ _____ A

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) 设 A 是一个集合, 则 $A \subsetneq A$. ()
- (2) 若集合 A 中有 3 个元素, 则集合 A 共有 7 个真子集. ()

◆ 知识点三 补集

定义	文字语言	设 $A \subseteq S$, 由 S 中 _____ 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的补集, 记作 _____ (读作“ A 在 S 中的补集”)
	符号语言	$\complement_S A = \{x \text{_____}\}$
	图形语言	
性质	(1) 若 $A \subseteq S$, 则 $\complement_S A \subseteq S$; (2) $\complement_S S = \text{_____}$, $\complement_S \emptyset = \text{_____}$; (3) $\complement_S (\complement_S A) = \text{_____}$	

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) 一个集合的补集一定含有元素. ()
- (2) 集合 $\complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}$ 与集合 $\complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}^*$ 相等. ()
- (3) 设 $C \subseteq A$, $C \subseteq B$, 则集合 $\complement_A C$ 与集合 $\complement_B C$ 相等. ()

◆ 知识点四 全集

(1) 定义: 如果一个集合包含我们所研究问题中涉及的 _____, 那么就称这个集合为全集.

(2) 记法: 全集通常记作 _____.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) 只有实数集 $\mathbf{R}$ 才可以作为全集. ()
- (2) 全集一定包括任何一个元素. ()
- (3) 为了研究集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 5\}$ 之间的关系, 要从中选一个集合作为全集, 这个集合是 A . ()

◆ 探究点一 集合与集合之间的包含关系

例 1 指出下列各组集合之间的关系:

(1) $A = \{-1, 1\}$, $B = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$;(2) $C = \{x | x \text{ 是矩形}\}$, $D = \{x | x \text{ 是平行四边形}\}$;(3) $M = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}$, $N = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}^*\}$.

变式 (1) [2025 · 江苏徐州三十七中高一期中]

已知集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2 < 0\}$, 则 ()

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$
C. $A = B$ D. 以上都不正确

(2) [2025 · 湖南衡阳一中高一月考] 满足条件 $\{2, 3\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数为 _____.

[素养小结]

(1) 判断集合间关系的方法:

① 观察法: 一一列举观察.

② 元素特征法: 首先确定集合的元素是什么, 弄清集合元素的特征, 再利用集合元素的特征判断关系.

③ 数形结合法: 利用数轴或 Venn 图进行判断.

(2) 求有限集的子集的两个关注点:

① 要注意两个特殊的子集: $\emptyset$ 和有限集本身.

② 按集合中含有元素的个数由少到多, 一一写出, 保证不重不漏.

(3) 若一个集合有 n 个元素, 那么它的子集个数为 2^n , 真子集个数为 $2^n - 1$, 非空真子集个数为 $2^n - 2$.

◆ 探究点二 集合的补集

例 2 (1) [2024 · 江苏南通启东中学高一月考]

若 $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $\complement_M N =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$
B. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
C. $\{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(2) 设集合 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | x > 2 \text{ 或 } x \leq -2\}$, 则 $\complement_U M =$ ()

- A. $\{x | -2 < x < 2\}$
B. $\{x | -2 < x \leq 2\}$
C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
D. $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$

变式 [2025 · 江苏连云港实验中学高一期中] 已

知全集 $U = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, 集合 $A = \{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

[素养小结]

求集合的补集的常用方法:

(1) 列举法求补集: 若集合和全集的元素可一一列举, 先列出全集所有元素, 再去掉给定集合的元素, 剩下元素组成的集合就是补集.

(2) 描述法求补集: 当集合用描述法表示时, 先确定全集范围与元素特征, 再根据补集定义写出补集的描述条件.

(3) 利用数轴求补集: 对于数集, 若集合元素是连续形式, 可借助数轴, 先在数轴上标出全集对应范围, 再画出给定集合对应范围, 数轴上全集范围内给定集合范围之外的部分就是补集的对应范围.

(4) 借助 Venn 图求补集: 画一个矩形表示全集, 在矩形内画一个封闭图形表示给定集合. 矩形内封闭图形外的部分就代表补集. 通过 Venn 图可直观确定补集元素构成, 尤其适用于多个集合关系判断场景.

◆ 探究点三 由集合间的关系求参数范围

例 3 已知集合 $A = \{x \mid 4 < x < 5\}$, $B = \{x \mid m + 1 \leq x \leq 2m + 1\}$, $C = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$.

- (1) 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若 $B \subseteq C$, 求实数 m 的取值范围.

变式 (1) 已知集合 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $Q = \{x \mid ax + 1 = 0\}$, 且满足 $Q \subseteq P$, 则实数 a 的值为 _____.

(2) 已知集合 $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$, $B = \{x \mid 2a < x \leq a + 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围为 _____.

[素养小结]

由集合间的关系求参数问题的注意点及常用方法:

- (1) 注意点: ① 不能忽视集合为 $\emptyset$ 的情形; ② 当集合中含有字母参数时, 一般需要分类讨论.
 (2) 常用方法: 对于用不等式给出的集合, 已知集合的包含关系求相关参数的范围(值)时, 常采用数形结合的思想, 借助数轴解答.

1.3 交集、并集

【学习目标】

1. 能结合简单的问题情境解释并集与交集的意义.
2. 能求出两个集合的并集与交集.
3. 体会用区间表示集合.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 集合的交集

1. 交集的三种语言表示

文字语言	由所有 _____ 的元素构成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记作 _____ (读作“ A 交 B ”)
符号语言	$A \cap B = \{x \mid \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

2. 交集的性质

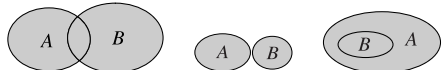
- (1) $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) $A \cap B \underline{\hspace{1cm}} A$, $A \cap B \underline{\hspace{1cm}} B$.
 (3) $A \cap (\complement_U A) = \underline{\hspace{2cm}}$ (U 为全集).
 (4) $A \cap B = A \Leftrightarrow A \underline{\hspace{1cm}} B$.

【诊断分析】 1. 集合 $A = \{x \mid y = \sqrt{x} + 2\}$, $B = \{y \mid y = \sqrt{x} + 2\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$. 集合 A 与集合 B 有公共元素吗? 集合 A 与集合 B 的公共元素组成的集合是什么?

◆ 知识点二 集合的并集

1. 并集的三种语言表示

文字语言	由所有 _____ 的元素构成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记作 _____ (读作“ A 并 B ”)
符号语言	$A \cup B = \{x \mid \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

2. 并集的性质

- (1) $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$.

(3) $A \cup (\complement_U A) = U$ (U 为全集).

(4) $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 集合 $A \cup B$ 的元素个数小于或等于集合 A 与集合 B 的元素个数和. ()

(2) $A \cup \emptyset = A$. ()

(3) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$. ()

(4) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$. ()

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}, B = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 4\}$, 若将集合 A 与集合 B 的元素放在一起, 则组成的新集合是什么?

3. 若集合 A 有 5 个元素, 集合 B 有 4 个元素, 集合 $A \cup B$ 有 6 个元素, 则集合 $A \cap B$ 有几个元素?

◆ 知识点三 集合的区间表示

为了叙述方便, 在以后的学习中, 我们常常会用到“区间”的概念, 用区间表示集合, 如下表(其中 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a < b$):

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$			
$\{x a < x < b\}$			
$\{x a \leq x < b\}$			
$\{x a < x \leq b\}$	左开右闭区间	$(a, b]$	
$\{x x \geq a\}$		$[a, +\infty)$	
$\{x x \leq b\}$		$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$		$(-\infty, b)$	
$\mathbf{R}$			

【诊断分析】1. 若 $(2x-3, 4-3x)$ 表示区间, 求 x 的取值范围.

2. 集合 $A = (-5, 3], B = [-2, 6)$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 交集及其运算

例 1 (1) [2025 · 江苏宿迁高一期末] 已知集合 $A = \{x | x \text{ 为不大于 6 的正奇数}\}, B = \{x | -1 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{1, 3\}$
C. $\{3, 5\}$ D. $\{1, 3, 5\}$

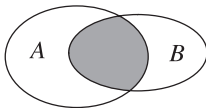
(2) 若集合 $A = \{x | -5 < x < 2\}, B = \{x | -3 < x < 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x | -3 < x < 2\}$ B. $\{x | -5 < x < 2\}$
C. $\{x | -3 < x < 3\}$ D. $\{x | -5 < x < 3\}$

变式 (1) [2025 · 江苏连云港高一期末] 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}, B = \{x | 2 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[1, 4)$ B. $[1, 4]$
C. $(2, 3]$ D. $[2, 3]$

(2) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 10\}, B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则图中阴影部分表示的集合为



- ()
A. $\{2\}$ B. $\{3\}$
C. $\{-3, 2\}$ D. $\{-2, 3\}$

[素养小结]

求集合 $A \cap B$ 的常见类型:

- ① 若 A, B 中的元素是方程的根, 则应先求出方程的根, 再求两集合的交集.
② 若 A, B 是无限数集, 则可以利用数轴来求解, 但要注意利用数轴表示不等式时, 含有端点的值用实心点表示, 不含有端点的值用空心点表示.

◆ 探究点二 并集及其运算

例 2 (1)若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{y | y = 2x, x \in A\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 2, 4, 6\}$
B. $\{0, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$
D. $\{0, 1, 2, 3, 0, 2, 4, 6\}$

(2)若集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

变式 (1)[2025 · 江苏通州中学高一月考] 集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, $B = \{x | 2 < x < 6\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | x > 2\}$
B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$
C. $\{x | 3 \leq x < 6\}$
D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 6\}$

(2)[2025 · 广东中山一中高一期中] 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 则满足条件的集合 B 的个数为 _____.

[素养小结]

并集运算应注意的问题:

- (1)对于用描述法表示的集合,应先看集合的代表元素是什么,然后将集合化简,再按定义求解.
(2)求两个集合的并集时要注意利用集合中元素的互异性这一特性,重复的元素只能算一个.
(3)对于元素个数无限的集合进行并集运算时,可借助数轴,利用数轴分析法求解,但要注意端点的值能否取到.

◆ 探究点三 根据并集与交集运算求参

例 3 [2025 · 江苏句容中学高一月考] 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | a - 1 < x < 2a\}$, $B = \{x | 2 < x \leq 5\}$.

(1)若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2)若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围;

(3)若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

变式 (1)[2025 · 江苏南通海安高级中学月考] 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 5\}$, $B = \{x | 2a - 1 < x < 2a + 6\}$, 若 $A \cap B = \{x | 3 < x < 5\}$, 则实数 $a =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(2)已知集合 $A = \{x | ax + 1 = 0\}$, $B = \{1, 2\}$, $A \cap B = A$, 则满足条件的实数 a 的值的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(3)[2025 · 江苏苏州实验中学高一期中] 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, $B = \{x | ax + 1 \leq 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $-\frac{1}{3} \leq a < 1$

B. $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$

C. $a < -1$ 或 $a \geq 0$

D. $-\frac{1}{3} \leq a < 0$ 或 $0 < a < 1$

[素养小结]

(1)在利用交集、并集的性质解题时,常常会遇到 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 这类问题,解答时常借助于交、并集的定义以及集合间的关系去分析,如由 $A \cap B = A$ 得 $A \subseteq B$, 由 $A \cup B = B$ 得 $A \subseteq B$ 等.

(2)当集合 A, B 满足 $B \subseteq A$ 时,如果集合 A 是一个确定的集合,而集合 B 不确定,运算时要考虑 $B = \emptyset$ 的情况,切不可漏掉.

拓展 某学校举办运动会,比赛项目包括田径、游泳、球类,经统计高一年级有 57 人参加田径比赛,有 11 人参加游泳比赛,有 62 人参加球类比赛.其中参加球类比赛的同学中有 14 人参加田径比赛,有 4 人参加游泳比赛;同时参加田径比赛和游泳比赛的有 8 人;同时参加三项比赛的有 2 人.则高一年级参加比赛的同学有_____人.

◆ 探究点四 交集、并集、补集的综合运算

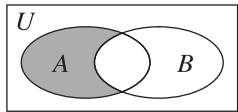
例 4 (1)[2025·江苏镇江实验中学高一期中] 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{0, 1, 5\}$, $N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $N \cap (\complement_U M) =$ ()

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{0, 5\}$ D. $\{0, 2, 3, 4, 5\}$

(2)(多选题) 已知集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$
B. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \left\{x \mid \frac{3}{2} \leq x < 2\right\}$
C. $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$
D. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$

变式 (1)[2025·江苏扬州高邮中学高一月考] 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, 则图中阴影部分表示的集合是 ()



- A. $\{x | -1 \leq x < 0\}$
B. $\{x | -1 \leq x < 0 \text{ 或 } 1 \leq x < 2\}$
C. $\{x | 1 < x < 2\}$
D. $\{x | 0 < x < 1\}$

(2)[2025·江苏南京江宁高级中学期末] 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $\{1, 2\} =$ ()

- A. $A \cap (\complement_U B)$ B. $A \cup (\complement_U B)$
C. $(\complement_U A) \cap B$ D. $(\complement_U A) \cup B$

[素养小结]

常用结论:

$$\begin{aligned} A \cup (\complement_U A) &= U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset; \complement_U(\complement_U A) = A; \\ \complement_U U &= \emptyset; \complement_U \emptyset = U; A \subseteq B \Leftrightarrow \complement_U B \subseteq \complement_U A; B \subseteq A \Leftrightarrow \\ \complement_U A &\subseteq \complement_U B; \complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B); \\ \complement_U(A \cup B) &= (\complement_U A) \cap (\complement_U B). \end{aligned}$$

◆ 探究点五 区间及其表示

例 5 (1) 已知 $A = [-1, 2)$, 全集 $U = [-2, 2]$, 则 $\complement_U A$ 是 ()

- A. $[-2, -1)$
B. $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
C. $[-2, -1)$ 或 2
D. $[-2, -1) \cup \{2\}$

(2) 已知集合 $A = (2, +\infty)$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

变式 (1) 已知区间 $[-a, 2a + 1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\mathbf{R}$
B. $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$
C. $\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$
D. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$

(2) 已知 a 为实数, 集合 $A = [1, 4)$, $B = [a, +\infty)$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$

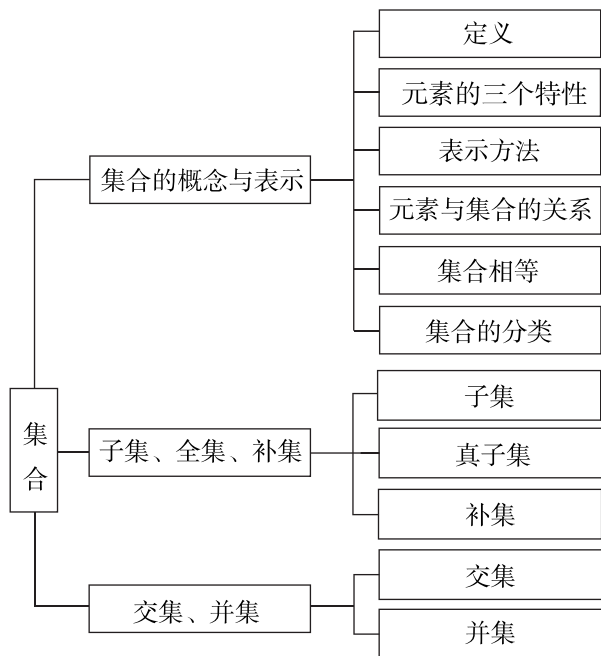
[素养小结]

用区间表示数集的注意点

- (1) 区间左端点值小于右端点值.
- (2) 区间两端点之间用“,”隔开.
- (3) 含端点值的一端用中括号, 不含端点值的一端用小括号.
- (4) 以“ $-\infty$ ”“ $+\infty$ ”为区间的一端时, 这端必须用小括号.

► 本章总结提升

知识网络



素养提升

◆ 题型一 集合的概念、集合的基本关系

[类型总述] (1)集合中元素的互异性;(2)集合的相等;(3)子集的个数;(4)由集合间的关系求参数.

例 1 (1)已知集合 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 的值为 ()

- A. 2 B. 3
C. 0 或 3 D. 0, 2 或 3

(2)(多选题)[2024·山西吕梁高一期中] 下列表述正确的有 ()

- A. $-1 \notin \mathbf{Z}$
B. $\pi \in \mathbb{I}_{\mathbf{R}} \mathbf{Q}$
C. $\{x \mid |x| < 0\} \subseteq \{0\}$
D. $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z}$

(3)已知 $m \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{R}$, 若集合 $\left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\} = \{m^2, m+n, 0\}$, 则 $m^{2024} + n^{2024} =$ _____.

例 2 (1)[2025·湖北沙市中学高一月考] 集合 M 满足 $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则符合条件的集合 M 的个数为 ()

- A. 3 B. 6
C. 7 D. 8

(2)[2025·江苏南京高一期中] 设集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}, B = \{x \mid x + a \leq 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$
C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -2]$

变式 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + 5x - 6 = 0\}, B = \{x \mid x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0\}$. 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

◆ 题型二 集合的基本运算

[类型总述] (1)集合的并集、交集运算;(2)集合的补集运算;(3)由集合运算求参数.

例 3 (1)[2024·新课标 I 卷] 已知集合 $A = \{x \mid -5 < x^3 < 5\}, B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 0\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $\{-3, -1, 0\}$ D. $\{-1, 0, 2\}$

(2)设集合 $A = \{-1, 0, 2, 5\}, B = \{x \mid x^2 - 3x + m = 0\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $B =$ ()

- A. $\{-2, 2\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{2, 4\}$

变式 (1) 设集合 $A = \{x \mid -1 < x < 4\}$, $B = \{x \mid x \leq 3\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A =$ ()

- A. $\{x \mid 3 \leq x < 4\}$ B. $\{x \mid 3 < x < 4\}$
C. $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$ D. $\{x \mid x > -1\}$

(2) [2024 · 重庆七校高一期中] 已知集合 $M = \{x \mid y = \sqrt{m-x}\}$, $N = \{y \mid y = x^2 - 6x, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是_____.

例 4 已知集合 $A = \{x \mid |2x-1| \leq 7\}$, $B = \{x \mid 2k-2 < x < k+3\}$.

(1) 当 $k=2$ 时, 求 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求 k 的取值范围.

变式 [2025 · 江苏南京九中高一月考] 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + b = 0\}$, $B = \{x \mid (x-2)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$.

(1) 若 $b=4$, 存在集合 M , 使得 $A \subsetneq M \subsetneq B$, 求出所有符合条件的集合 M .

(2) 集合 A, B 能否满足 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A = \emptyset$? 若能, 求出实数 b 的取值范围; 若不能, 请说明理由.

